

浙大教授江文帅在微分几何领域取得重要原创突破

数学世界里，堆砌自己的城堡

■ 潮声 | 执笔 何冬健 王妍妍

一切都在加速的年代，数学家的脚步或许比大部分人都要“慢”。

37岁的浙江大学数学科学学院教授江文帅，最大的爱好就是在办公室里想数学题，沉浸在数字与图形交织的独特乐趣中。这最终引导他走入了数学世界中前人未至的天地。

7月8日，江文帅主持的“黎曼流形的紧性理论及应用”项目获得2025年度国家自然科学奖二等奖。

我们可以把黎曼流形的紧性理论想象成研究“橡皮泥做的宇宙”如何被“压扁”或“撕裂”的一门学问。所谓黎曼流形，就好比一块任意弯曲的橡皮泥空间，在这上面量距离不能用直尺，得用“弯曲的尺子”。所谓“紧性”，就是这块橡皮泥不能无限大，也不能有破洞边界，必须是有界且封闭的。紧性保证了空间有限且封闭，科学家就可以把形状各异的空间归入有限的“相册”加以分类，同时在使用简单模型去近似复杂结构时，总能找到最优解，而不会在无限中迷失方向。

对黎曼流形的紧性理论的研究有许多现实应用场景。在AI图像识别中，它确保算法能高效地遍历所有可能的形状特征，不会遗漏；在宇宙学里，它帮助物理学家根据观测数据，反推宇宙这个大“流形”可能的整体形状；利用这套数学工具，科学家逼近时空的本质，证明了黑洞必然存在……

微分几何是研究黎曼流形的通用数学框架。江文帅主持的这个项目在微分几何的奇异性研究中取得了重要的原创性突破，发展了高维奇异性分析技术，解决了若干几何分析领域的重要难题。

2021年，数学领域顶级期刊《数学年刊》上两篇洋洋百余页的学术论文，让时年32岁的江文帅走进了国际微分几何学界的视野。他成功解决了微分几何领域的两个重要猜想——“曲率积分猜想”和“有限测度猜想”。“曲率积分猜想”的解决被美国科学院院士杰夫·奇格(Jeff Cheeger)认为是“非常根本且卓越”的结果；“有限测度猜想”此前困扰了数学界20多年。基础数学领域两块硬骨头，江文帅与合作者花7年“啃”了下来。

国际科学界认为，研究奇异性是一个非常难的问题，这相当于分析一个处处是“无穷大”的东西。要解决这个微分几何上的难题，必须在前人的基础上，发展新理论、新工具，突破现有的桎梏。

江文帅取得的成果有助于人类更好地研究几何空间，在弱的条件下获得更多的结果，使得他们的结果适用性更广，就好比让一把钥匙能够打开更多的锁。

现代科技用的数学理论，大部分都是上百年前研究出来的。很多研究今天还无法看出其独特的应用，但数学工作者的眼光必须直达未来。江文帅的故事，正是关于一个人如何心怀这样的信念，在数学世界中一砖一瓦堆砌自己的城堡。

沉静地拼搭“积木城堡”

身边的人说起江文帅，“没有学究气，好像坐在大学的图书馆里，和一位温和的学长聊天”。他眼神清亮，讲话时，一个字一个字接着往外蹦，像是一步步推演公式，和他聊天的人稍有走神，便不知公式推导到了何处。

他的办公室在浙江大学紫金港校区数学科学学院9楼，窗外的西北角，正对着一大片人工湖，总让人想起北京大学的未名湖——那是他求学时最熟悉的风景。偶尔有人从廊道走过，说话声也传不到这间屋子里。屋子里安静得只剩下笔尖划过纸面的声音、鼠标点击电脑界面的声音。江文帅把这儿当作自己的“乐园”。

解释自己的研究时，江文帅喜欢用一个比喻——小孩都玩过的积木。

“每一块积木都是相同的基础单元，却能拼接出形态各异的造型。黎曼流形某种意义上亦是如此，每一块都是已知的，但堆出来的几何结构千变万化。我们要研究的，就是这些‘积木城堡’的结构到底有多复杂。”

这个“堆积木”的过程，在他的研究里指向一个更棘手的问题：当城堡出现“奇异点”，也就是那些像漏斗尖、正方体棱一样的“坏点”，它们的几何性质又会怎样变化？

江文帅描述了一个场景：那是一个傍晚，他吃过晚饭在路上走着，脑海里还转着当时正在研究的黎曼流形截面曲率 L^2 -积分估计猜想。突然，他注意到如果将一直萦绕脑海的两个数学公式结合起来，可以得到一个出现二阶导数的公式。他用最快的速度返回办公室，认真演算。在添加了一些额外因子后，他得到了一个二阶导数大于零的公式——



江文帅(前)在台下倾听点评组学生汇报。

图源：浙江大学

做学问没有捷径，要踏踏实实，要坚持。这是我导师田刚院士说过的话，让我印象深刻，现在我也跟学生这么讲。

——江文帅

人物名片

江文帅，1989年出生于广西防城港，现为浙江大学竺可桢学院常务副院长、数学科学学院教授。2016年加入浙大以来，他与合作者在微分几何的奇异性研究中取得进展，在国际数学期刊四大刊之一的《数学年刊》连续发表两篇论文，成功解决了微分几何领域的两个重要猜想——“曲率积分猜想”和“有限测度猜想”，后者一度困扰了数学界20多年。同时，他们还证明了奇异集的结构定理，获得了国内外同行的广泛关注与认可。



江文帅(右)在普林斯顿高等研究院和合作者一起在路上讨论问题。

受访者提供

这正好对解决一个特殊维数情形有用。

他当即跟远在美国的合作者视频讨论，基本确定这个公式对一般情形同样适用。“后来，我们又花了6个月把细节和其他部分补充完整，形成了文章中最关键的超凸估计。”

这篇百余页的学术论文，最终完全解决了美国国家科学院院士杰夫·奇格

教授等人的奇点有限测度猜想和截面曲率的 L^2 -积分估计猜想。

“以前能做的办法，只能处理只有一个尖点的问题。”江文帅说，就像修补一个漏斗，除了那个尖儿，别的地方都光滑。但更普遍的情况是，一整条棱都是“尖”的，甚至更复杂。“我们的方法，就是对那种不是单点而是一条线甚至更一般

的情形做统一处理。”

这是江文帅少数为人所知的“灵光一现”时刻。但在他看来，那个瞬间远不如之前多年的跋涉与沉淀重要。“如果没有前面的积累，不可能有那个时刻。”

浙大理学部主任、中国科学院院士包刚是江文帅获奖成果的推荐人，在他看来，江文帅身上有一种难得的沉静。“他在微分几何的国际前沿领域作出了两个突破性成果，创新性极强。更重要的是，他潜心笃行，耐得住寂寞，为人谦逊低调，坦荡纯粹。”

江文帅始终觉得，自己能破解这些难题，更多是恰逢其时、有幸得之，其实比自己优秀、勤奋的科研从业者比比皆是。数学研究从无捷径，更多是反复试错、不断攻坚的过程。解决一个问题可能要花费好多天、好几个月、好几年，甚至耗费一辈子心力，依旧可能没有结果。虽然这个“探寻却无果”的过程非常痛苦，但瓜熟蒂落、云开月明的成就感，是江文帅坚持下去的最大动力，也是他最纯粹的乐趣。

像一颗被吸引的行星

江文帅的研究生们习惯了导师的节奏：晚上八九点，他突然想到某个问题，从家里跑回学院，把他们从办公室或是宿舍里“薅”过来讨论。他家就在紫金港校区边，走路不过十几分钟。

讨论往往发生在办公室的白板前。江文帅平时自己演算喜欢用纸笔或平板，但跟学生讨论时，白板是不可替代的。“写满了就擦，擦完接着写。”他的博士生张万成说。除此之外，他们偶尔也会转战到教室里的黑板前——在浙大数学科学学院，每个教室的墙上都有可供演算的黑板，连一楼的咖啡吧台旁边都有一块，随时恭候某一位数学家灵感乍现的时刻。

一位来浙大数学科学学院访问的国

内学者说，这里很不一样，“好像不做出点儿什么，自己都说不过去”。

中国科学院院士、曾任浙大数学科学学院院长的励建书一直希望为学院营造一种纯粹的治学氛围：让学者可以按照自己的节奏做研究，不必被短期的考核和指标追着跑。在他看来，数学研究有自己的规律，急不得。

博士生命汶佑从本科就一直跟着江文帅学习。他回忆，江老师很少发脾气，也从不用deadline（最后期限）逼他们。“但他有一种很安静的期待。你知道他在等你来找他，你就不好意思偷懒。”

很多报道都在讲述数学家需要有一种牺牲感，江文帅不这么认为。反之，这是一种真正感触到数学之美的快乐，就像行星进入了恒星的引力轨道——它吸引住你，你也很自然投入了更多注意力。

江文帅从小就非常喜欢数学。小学升初中时，语文只有80.7分的他，因为数学满分被破格录取；初中升高中，他数学又是满分；高考时，他的数学单科成绩在广西名列前茅。中学时，他没做什么准备就去参加华罗庚金杯少年数学邀请赛，拿了二等奖。“那时候还挺开心的，因为拿了个奖牌嘛。”正是那次经历，让他彻底“入坑”了数学。

数学成绩好是有目共睹的事实，但怎么可以保持得这么久？江文帅说，全靠爱琢磨的习惯。本科时候，他和室友思考同一个数学问题，思考整晚都无果。自习结束后，两个人你看看我，我看看你，不约而同地笑出声来——原来两人的耳朵都急得涨红了。

从南京大学本科到北京大学博士再到浙江大学任教，江文帅的学术道路走得专注。博士阶段他师从著名数学家田刚院士。田刚19岁进入南京大学数学系求学，今年68岁仍在数学研究和育人一线耕耘，将自己最宝贵的年华都献给了数学，解决了几何和数学物理中的一系列重大问题，特别是在Kahler-Einstein度量研究中做出开创性工作。

“田老师给我们印象最深的一句话就是：做学问没有捷径，要踏踏实实，要坚持。”江文帅说，“我现在也跟学生这么讲。”

博二时，江文帅就在田刚的指导下，独立证明了田刚1990年在国际数学家大会上提出的一个著名猜想的低维情形。基础研究出成果并不容易，他觉得

链接

“陈苏学派”与浙大

在1930~1940年代，由著名数学家陈建功、苏步青等创立的浙江大学微分几何学派、“陈苏学派”（又称浙大学派）崛起，在当时的国际数学界与美国芝加哥学派、意大利罗马学派成三足鼎立之势，使中国基础数学研究蜚声海外，也为国家培养了一批德才兼备的卓越数学人才。

1931年，陈建功与苏步青决定，在高级学生和青年助教中开设“数学研究”讨论班，分为甲、乙两类，前者精读一本最新数学专著，后者读懂一篇国际数学杂志最新发表的前沿论文。然后，学

自己是幸运的，那次突破，像给他打了一针强心剂，让他觉得这条路能走下去。

不过，相比幸运，江文帅更相信踏实。有人说做数学要靠天才，他说最重要的是沉下心、慢下来。他反复跟学生强调：不要急于出成果，把基础打牢。“光嘴上说没用，你得让学生真的相信，慢下来是对的。”

有时候，学生会兴冲冲跑来找他：“老师我做完了！”两人仔细一讨论，发现证明是错的。学生脸上的光瞬间黯淡下去。江文帅第二天一定会再去找那个学生。“我会先安抚一下，你至少发现这条路是错的，我们每个人都经历过无数个试错时刻，这也是一种积累。”

在他看来，数学研究不是百米冲刺，而是一场没有终点的长跑。“你急着出一个成果，也许看起来很漂亮。几年后再回头看，是好是坏很难讲。”

把好奇安放在日复一日的积累里

对今日的数学研究者来说，一个显然的问题是，日常生活与数学研究所需的极度专注之间，总是不断地切换和平衡——会议、教学、行政事务切割着时间，还得接送孩子。“时间打碎了，而且我们这种有家庭有教学任务的研究者，很难一直处于智力的兴奋状态。”江文帅说。

2025年下半年，江文帅到普林斯顿高等研究院访问一个学期。他每天早上起床、吃饭、到办公室，工作到很晚，日子简单得像学生时代。“效率特别高，特别充实。”

回到浙大以后，江文帅马上又重新切换到兼顾科研、教学和行政的模式。如今他担任竺可桢学院常务副院长，白天行政事务多，他就把夜晚留给自己，在安静的房间里重新潜入数学的深海。

他对此看得很坦然：“大学老师本身就有研究者和教育者双重身份。做研究是本分，带学生是责任，将自己的科研经历、治学感悟、踩过的弯路分享给青年学子，帮助他们成长，也是很有意义的事。”

包刚对此十分赞同。他说，浙大数学学科历史上，“陈苏学派”的精神核心就是提携后继、薪火相传。“学科的发展从无独善其身，我们也乐于搭台，甘为人梯。中国数学的发展，只有代代接力，才能久久为功。”今日的浙大数学科学学院依然践行这样的使命：汇聚一流学者，创造一流成果，培育一流人才。

江文帅从北京来到杭州，浙大是吸引他的一个重要原因。这些年，他在杭州扎下了根。城市的气质渐渐与他的性情融为一体，“我和这个城市很合拍”。

走在西湖边，潋滟的水波并不会让江文帅联想到某种几何结构——“用脑已经够多了，休息的时候还想，太累了”。他把数学和数学之外的事分得挺清。朋友聚会时，他乐得围观，也不想下场去玩耗费脑力的游戏。

他的放松方式很简单：陪伴家人，偶尔徒步健身，看看电影。前两周，他开车带着妻子女儿去摘杨梅，女儿在树下跑来跑去，一筐摘满还不够，嚷着要爸爸继续摘。“小孩那种天真烂漫，挺治愈的。”

他保持着一种朴素的生活。办公室里，电脑不能缺，纸和笔也总是放在手边。其他的，有水、有凳子、有桌子就够了。当然，书架上必须要有一排家人的照片，和中国数学会陈省身数学奖、教育部自然科学奖一等奖等奖状证书并排。

“做数学的时候，我还是觉得挺开心的。每天都很充实。”他说这话时，有一种不张扬的满足。

就像桌上摊开的稿纸，一行行公式写上去，划掉，再写，再划。这个过程一点也不浪漫。但正是在这日复一日地推演中，那些关于空间、曲率、奇异点的抽象问题，被一寸一寸地解决。

有数学家说，纯粹数学是天才自己的好奇。江文帅始终认为，自己不过是万千数学研究者中最普通的一员。他的秘诀，不过是把这份好奇安放在日复一日的积累里，在数学世界中安静地堆他的城堡。

生轮流登台讲解，陈苏两位教授和其他学生可随时提问。通过这种方式，陈苏两位老师把青年教师、研究生、高年级学生迅速推进到世界数学发展的前沿，培养出了程民德、谷超豪、王元、胡和生、石钟慈院士等一批杰出的数学人才，也形成了现今的讨论班制度。

浙大西迁期间，陈建功、苏步青仍带着学生在山洞、庙宇中坚持讲课研讨，从未中断教学与科研，在烽火中守住了中国数学教育的星星火种。

（本报记者 何冬健 整理）